Gli indicatori di contesto:

- Indici compositi

- Ponderazione

- Confronti temporali

10 ottobre 2024

Progetto ‘Misurazione del rischio di corruzione a livello territoriale e promozione della trasparenza’ dell’Autorità nazionale anticorruzione (ANAC) finanziato dal PON ‘Governance e Capacità Istituzionale 2014-2020’ – FONDO FESR – CUP E89G1800014006 – ASSE 3 – Obiettivo Specifico 3.1 – Azione 3.1.4.

UNIONE EUROPEA
Fondo Sociale Europeo
Fondo Europeo di Sviluppo Regionale

Agenzia per la Coesione Territoriale

AUTORITÀ NAZIONALE ANTICORRUZIONE

PON GOVERNANCE E CAPACITÀ ISTITUZIONALE 2014-2020

Indice

1. Introduzione 3
2. Costruzione di un indice composito 3
3. Metodi di normalizzazione a confronto 4
   - 3.1. Nessuna normalizzazione 6
   - 3.2. Trasformazione in ranghi 6
   - 3.3. Standardizzazione (o trasformazione in z-score) 6
   - 3.4. Metodo Min-Max (o re-scaling) 7
   - 3.5. Trasformazione in numeri indici (o indicizzazione) 8
4. Ponderazione 10
5. La soluzione Adjusted Mazziotta Pareto Index (AMPI) 10
6. Considerazioni conclusive 13
7. Bibliografia 14

1. Introduzione

Negli ultimi anni, numerosi sono stati i tentativi di diverse istituzioni (università, uffici di statistica, organizzazioni internazionali) di costruire indici compositi di sviluppo, benessere o qualità della vita. I risultati sono utilizzati per classificare unità geografiche o semplicemente per sintetizzare i dati (Booysen, 2002).

Esempi importanti sono l'indice di sviluppo umano delle Nazioni Unite - HDI (UNDP, 1990 e 2010), l'indice canadese di benessere della Waterloo University - CIW (Michalos et al., 2011) e l'indice di qualità della vita dell'Economist Intelligence Unit.

In Italia, dal 2010, l'Istituto Nazionale di Statistica (Istat) e il Consiglio Nazionale dell'Economia e del Lavoro (Cnel) hanno avviato un progetto, denominato ''Benessere Equo e Sostenibile'' (BES), per la costruzione di un insieme di misure delle diverse dimensioni del benessere, a livello regionale. La terza edizione del "Rapporto sul benessere equo e sostenibile" (Istat, 2015) contiene, per la prima volta, una misura composita per ciascuna dimensione del benessere ottenuta applicando l'Indice Mazziotta–Pareto Aggiustato (AMPI). Lo stesso metodo è stato utilizzato dall'Istituto messicano di statistica e geografia (INEGI) per misurare il benessere negli Stati messicani, dal Fondo Monetario Internazionale (FMI) per la misurazione della malnutrizione nell'africa sub-sahariana e da tante altre organizzazioni nazionali e internazionali, governative e non.

L'AMPI è un indice composito non compensativo (o parzialmente compensativo) che consente la comparabilità dei dati tra unità e nel tempo (Mazziotta e Pareto, 2016). Si tratta di una variante dell'indice Mazziotta–Pareto (MPI), basato su un ridimensionamento dei singoli indicatori mediante una trasformazione Min–Max, in contrasto con il classico MPI dove tutti gli indicatori sono normalizzati da una combinazione lineare di *z-scores* (Mazziotta e Pareto, 2016).

2. Costruzione di un indice composito

Un indice composito è una combinazione matematica (o aggregazione) di un insieme di indicatori (o variabili) elementari che rappresentano le diverse componenti di un fenomeno multidimensionale da misurare (e.g., sviluppo, benessere, qualità di vita, corruzione, progresso di una società). Pertanto, gli indici compositi vengono utilizzati per misurare concetti che non possono essere catturati da un singolo indicatore.

Idealmente, un indice composito dovrebbe essere basato su un quadro teorico che consenta di selezionare, combinare e ponderare i singoli indicatori in modo da riflettere le dimensioni o la struttura del fenomeno misurato. Tuttavia, la sua costruzione non è semplice e spesso richiede una serie di decisioni (metodologiche o meno) da prendere. In particolare, i passaggi principali per la costruzione di un indice composito sono i seguenti (OECD, 2008; Mazziotta e Pareto, 2020):

1. definizione del fenomeno da misurare;
2. selezione di un gruppo di singoli indicatori;
3. normalizzazione dei singoli indicatori;
4. aggregazione degli indicatori normalizzati;
5. convalida dell'indice composito.

La fase di aggregazione è sempre stata un argomento interessante ma controverso nella costruzione di indici compositi (Mazziotta e Pareto, 2020). Una questione fondamentale riguardante l'aggregazione è il grado di compensabilità o sostituibilità dei singoli indicatori. Le componenti di un indice composito sono dette 'sostituibili' se un deficit di una componente può essere compensato da un'eccedenza in un'altra (ad esempio, un basso valore di ''Utilizzo medio di acqua per persona'' può essere compensato da un alto valore di "Consumo di acqua in bottiglia pro capite'' e viceversa). Allo stesso modo, le componenti di un indice composito sono dette 'non sostituibili' se non è consentita una compensazione tra di esse (es. un basso valore di ''Posti letto ogni 1000 abitanti'' non può essere compensato da un alto valore di "Medici ogni 1000 abitanti'' e viceversa). La stessa compensabilità è strettamente correlata al concetto di squilibrio, ovvero uno squilibrio tra gli indicatori utilizzati per costruire l'indice composito. In un approccio non compensativo, tutte le dimensioni del fenomeno devono essere bilanciate e si ricorre spesso ad una funzione di aggregazione che tenga conto dello squilibrio, in termini di penalizzazione (*unbalance-adjusted function*). Pertanto, un approccio non compensativo (o parzialmente compensativo) richiede generalmente funzioni che considerino una penalizzazione della classica funzione lineare, come l'AMPI. Al contrario, un approccio compensativo prevede l'uso di funzioni lineari, come la media aritmetica che ignora gli squilibri.

Un'altra questione importante, relativa alla costruzione dell'indice composito, è il livello di comparabilità dei dati tra unità (ad es. Paesi) e nel tempo (ad es. anni). I confronti nel tempo possono essere assoluti o relativi (Mazziotta e Pareto, 2020). Un confronto temporale è detto "relativo" quando i valori compositi dell'indice, al tempo t, dipendono da uno o più parametri endogeni (es. media e varianza dei singoli indicatori al tempo t). Similmente, un confronto temporale è detto "assoluto" quando i valori compositi dell'indice, al tempo t, dipendono da uno o più parametri esogeni (es. minimo e massimo dei singoli indicatori fissati dal ricercatore). La comparabilità dei valori di un indice composito dipende in primo luogo dal metodo di normalizzazione. Il *ranking* e la standardizzazione (*z-score*) consentono solo confronti relativi poiché si basano esclusivamente sui valori dei singoli indicatori al momento di riferimento. Altri metodi, come il *rescaling* (trasformazione *Min–Max*) o la distanza da un riferimento (numero indice) al fine di effettuare confronti in termini assoluti (Mazziotta e Pareto, 2020), richiedono che il minimo e il massimo (e.g., i "*goalpost*" dell'ISU) o il *benchmark* siano indipendenti dal momento temporale di riferimento.

3. Metodi di normalizzazione a confronto

La normalizzazione ha lo scopo di rendere gli indicatori elementari comparabili in quanto essi, spesso, sono espressi in unità di misura e/o ordini di grandezza diversi e possono avere polarità differenti. A questo si aggiunge la circostanza per cui la scelta del metodo di normalizzazione determina la confrontabilità nel tempo dell'indice composito.

La presenza di ordini di grandezza diversi comporta una ponderazione implicita degli indicatori elementari proporzionale al loro campo di variazione (Booysen, 2002). Ne consegue che l'indice sintetico sarebbe maggiormente influenzato dagli indicatori con maggiore variabilità (effetto "variabilità"). Inoltre, nel caso di indicatori elementari con polarità negativa, occorre invertire la polarità, affinché all'aumentare dell'indicatore normalizzato, corrisponda un aumento dell'indice sintetico.

Pertanto, la normalizzazione ha lo scopo di:

– portare tutti gli indicatori elementari alla stessa scala o "*range*", trasformandoli in numeri puri, adimensionali;

– portare tutti gli indicatori elementari a polarità positiva (o concorde con il fenomeno oggetto di studio).

Formalmente, si tratta di passare dalla matrice originaria dei dati $\mathbf{X}_{n,m}=\{x_{ij}\}$, con n righe (unità statistiche)[1] e m colonne (indicatori elementari), alla matrice normalizzata dei dati $\mathbf{Y}_{n,m}=\{y_{ij}\}$:

$$\mathbf{X}_{n,m}=\begin{pmatrix} x_{11} & \cdots & x_{1j} & \cdots & x_{1m} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ x_{i1} & \cdots & x_{ij} & \cdots & x_{im} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ x_{n1} & \cdots & x_{nj} & \cdots & x_{nm} \end{pmatrix} \Rightarrow \mathbf{Y}_{n,m}=\begin{pmatrix} y_{11} & \cdots & y_{1j} & \cdots & y_{1m} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ y_{i1} & \cdots & y_{ij} & \cdots & y_{im} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ y_{n1} & \cdots & y_{nj} & \cdots & y_{nm} \end{pmatrix}$$

dove x_{ij} è il valore originario dell'indicatore j nell'unità i e y_{ij} è il valore normalizzato dell'indicatore j nell'unità i.

Esistono diversi metodi di normalizzazione, alcuni dei quali riportano il campo di variazione o la varianza degli indicatori a una base comune e altri che enfatizzano le variazioni percentuali. In questo testo, si considerano i seguenti casi: nessuna normalizzazione, trasformazione in ranghi, standardizzazione (o trasformazione in *z-score*), metodo *Min-Max* (o *re-scaling*), trasformazione in numeri indici (o indicizzazione).

Il ricercatore deve saper individuare il metodo di normalizzazione che meglio si adatta al suo caso, tenendo conto delle proprietà dei vari metodi e delle sue esigenze. Poiché metodi di normalizzazione diversi producono risultati diversi, nella fase di validazione dell'indice sintetico

[1] Si noti che n è il numero di unità della popolazione e non di un campione.

dovrà essere condotta un'analisi di robustezza per valutare il loro impatto sui risultati (Mazziotta e Pareto, 2020).

3.1. Nessuna normalizzazione

Il primo metodo consiste, semplicemente, nel lasciare inalterati gli indicatori originali. Questa soluzione può essere adottata quando tutti gli indicatori elementari sono espressi nella stessa unità di misura e hanno campi di variazione simili o sono espressi sotto forma di percentuali. In caso contrario, l'assenza di normalizzazione introdurrà una ponderazione implicita degli indicatori elementari proporzionale alla loro variabilità.

3.2. Trasformazione in ranghi

Questo metodo consiste nell'ordinare (dal valore più grande al più piccolo) le unità statistiche, rispetto a ciascun indicatore, e nel sostituire il valore assunto dall'indicatore con il numero d'ordine con cui l'unità si colloca nella corrispondente graduatoria. Formalmente, si passa dalla matrice $\mathbf{X}_{n,m}$ alla matrice $\mathbf{Y}_{n,m}$ con:

$$y_{ij} = \mathrm{rank}(x_{ij}) \qquad (1)$$

dove $\mathrm{rank}(x_{ij})$ è la posizione (rango) dell'unità *i* rispetto all'indicatore *j*.

Nel caso in cui due o più unità abbiano lo stesso valore, ad esse si attribuisce il rango medio delle posizioni che avrebbero avuto in caso di valori differenti, in modo tale che la somma dei ranghi sia pari a $n(n+1)/2$. Se l'indicatore *j* ha polarità negativa, l'ordinamento deve essere invertito (dal valore più piccolo al più grande).

La trasformazione in ranghi si basa su valori ordinali e non è affetta da *outlier*, i.e. rilevazioni anomale. Tuttavia, non considera le "distanze" tra le unità statistiche e, quindi, una parte dell'informazione viene persa. Perciò, tale metodo consente di confrontare le performance delle unità, sia nello spazio che nel tempo, solo in termini di posizioni relative (graduatorie). In tal caso, l'aumento di una posizione di un'unità, da un periodo all'altro, non corrisponde necessariamente a un aumento del valore originario.

3.3. Standardizzazione (o trasformazione in z-score)

La standardizzazione converte gli indicatori a una scala comune con media zero e varianza unitaria. La formula è la seguente:

$$y_{ij} = \frac{x_{ij} - \mathrm{M}_{x_j}}{\mathrm{S}_{x_j}} \qquad (2)$$

dove $\mathrm{M}_{x_j} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_{ij}$ e $\mathrm{S}_{x_j} = \sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_{ij} - \mathrm{M}_{x_j})^2}$ sono, rispettivamente, la media e la deviazione standard (scarto quadratico medio) dell'indicatore *j*.

Se l'indicatore *j* ha polarità negativa, la formula (2) deve essere moltiplicata per -1.

I valori ottenuti (*z-score*) possono essere ulteriormente aggiustati per semplificare la lettura o evitare valori negativi. Per esempio, è possibile moltiplicare ciascun punteggio per 10 e sommare 100 al fine di ottenere dei punteggi facilmente interpretabili (Booysen, 2002).

La standardizzazione non riporta gli indicatori a un campo di variazione comune; perciò, i valori estremi possono influenzare i risultati. Tuttavia, ha il pregio di "centrare" gli indicatori intorno a una media comune e di depurarli dall'effetto "variabilità". Perciò, tale metodo consente di confrontare le performance delle unità, sia nello spazio che nel tempo, in termini di posizioni relative rispetto alla media. In tal caso, l'aumento del valore standardizzato di un'unità, da un periodo all'altro, indica che il valore originario è aumentato rispetto alla nuova media (che potrebbe anche essere diminuita), ma non corrisponde necessariamente a un aumento del valore originario.

3.4. Metodo Min-Max (o re-scaling)

Il metodo *Min-Max* converte gli indicatori a un campo di variazione comune, pari a [0, 1]. La formula utilizzata è la seguente:

$$y_{ij} = \frac{x_{ij} - \min_i(x_{ij})}{\max_i(x_{ij}) - \min_i(x_{ij})} \qquad (3)$$

dove $\min_i(x_{ij})$ e $\max_i(x_{ij})$ sono, rispettivamente, il minimo e il massimo dell'indicatore *j*. Tali valori definiscono il campo di variazione di ciascun indicatore elementare e sono detti *goalpost*. Generalmente, nel caso di serie temporali, i *goalpost* sono il minimo e il massimo dell'indicatore *j* in tutti i periodi di tempo considerati o dei benchmark fissati dall'esterno[2]. Se l'indicatore *j* ha polarità negativa, si calcola il complemento a 1 della formula (3). Anche in questo caso, i valori ottenuti possono essere ulteriormente aggiustati per semplificare la lettura. Per esempio, è possibile moltiplicare ciascun punteggio per 1000, in modo da ottenere dei punteggi compresi tra 0 e 1000.

Il metodo Min-Max è sensibile agli *outliers* e ha il difetto di non "centrare" gli indicatori intorno a una media comune (per una possibile soluzione, si veda il calcolo dei *goalpost* dell'AMPI illustrato nel paragrafo 5).

L'aspetto più interessante di questo metodo consiste nella possibilità di fissare i *goalpost*, indipendentemente dai valori dell'indicatore elementare in un dato periodo. Ciò consente di

[2] Si noti che, in caso di nuove osservazioni della serie temporale, i *goalpost* dovranno rimanere invariati, per garantire la comparabilità dei valori normalizzati. In caso contrario, si dovrà effettuare una nuova normalizzazione degli indicatori originali con i nuovi *goalpost* (Tarantola, 2008).

confrontare le performance delle unità, sia nello spazio che nel tempo, rispetto a un riferimento comune che non cambia da un periodo all'altro (contrariamente alla standardizzazione, dove il riferimento è la media di ogni periodo). In tal caso, l'aumento del valore normalizzato di un'unità, da un periodo all'altro, corrisponde a un aumento del valore originario.

3.5. Trasformazione in numeri indici (o indicizzazione)

La trasformazione in numeri indici considera il rapporto percentuale tra i valori originali e un valore di riferimento (base) di ciascun indicatore. Il valore indicizzato è il seguente:

$$y_{ij} = \frac{x_{ij}}{x_{oj}} 100 \qquad (4)$$

dove x_{oj} è la base dell'indicatore j – generalmente, il massimo, la media o un benchmark fissato dall'esterno.

In questo metodo, la base viene posta uguale a 100 (ma si potrebbe anche porre uguale a 1 o a 1000) e l'unità riceve un punteggio proporzionale alla 'distanza' da essa. Valori maggiori di 100 indicano un valore al di sopra della base, mentre valori minori di 100 indicano un valore al di sotto di essa. Assumendo come base la media, la formula (4) 'centra' gli indicatori intorno ad essa, ma non li depura dall'effetto 'variabilità'. Ciò comporta l'introduzione di una ponderazione implicita degli indicatori[3].

Il calcolo dei numeri indici è raccomandato solo per indicatori con polarità positiva poiché qualsiasi trasformazione modifica le 'distanze' tra le unità statistiche. Inoltre, l'indicizzazione è maggiormente sensibile agli *outliers* rispetto ad altri metodi.

Anche in questo caso è possibile fissare la base indipendentemente dai valori dell'indicatore elementare in un dato periodo, al fine di confrontare le performance delle unità, sia nello spazio che nel tempo, rispetto a un riferimento comune. In tal caso, l'aumento del valore indicizzato (numero indice) di un'unità, da un periodo all'altro, corrisponde a un aumento del valore originario.

[3] Per un esempio, si veda Mazziotta e Pareto (2012).

– *Tabella 1.* **Pro e contro dei metodi di normalizzazione.**

Metodo normalizzazione	Pro	Contro
Ranghi	Applicabile a indicatori con valori positivi, negativi e nulli. Adatto sia a indicatori "aperti", sia a indicatori "chiusi" (*). Nessuna o bassa ponderazione implicita (gli indicatori normalizzati hanno varianze uguali o simili). Insensibile agli *outliers*.	Perdita di informazione (da scala intervallo/rapporto a scala ordinale). Assume intervalli uguali tra valori consecutivi. L'aggregazione mediante funzioni matematiche è discutibile per dati su scala ordinale (di solito, si calcola solo la media). Confronti relativi nel tempo.
Standardizzazione (o z-score)	Applicabile a indicatori con valori positivi, negativi e nulli. Nessuna ponderazione implicita (gli indicatori normalizzati hanno varianze uguali).	Poco adatto a indicatori "chiusi". Produce valori negativi. Sensibile agli *outliers*. Confronti relativi nel tempo.
Min-Max (o re-scaling)	Applicabile a indicatori con valori positivi, negativi e nulli. Bassa ponderazione implicita (gli indicatori normalizzati hanno varianze simili). Confronti assoluti nel tempo.	Poco adatta a indicatori "aperti". Il riferimento del valor medio viene perso. Sensibile agli *outliers* (il campo di variazione dipende dai valori estremi).
Numeri indici (o indicizzazione)	Adatto sia a indicatori "aperti", sia a indicatori "chiusi". Mantiene inalterato il coefficiente di variazione (solo per indicatori con polarità positiva). Confronti assoluti nel tempo.	Non applicabile a indicatori con valori negativi (valori nulli sono accettati solo per indicatori con polarità positiva). Alta ponderazione implicita (gli indicatori normalizzati hanno varianze diverse). Molto sensibile agli *outliers*.

(*) Gli indicatori possono essere "aperti" o "chiusi". Un indicatore è "chiuso" quando ha dei limiti prefissati. Un esempio di indicatore "chiuso" è il "Tasso di occupazione" che varia tra 0 e 100. Un indicatore è "aperto" quando non ha dei limiti prefissati. Un esempio di indicatore "aperto" è il "Reddito medio disponibile pro-capite", poiché non esiste un limite massimo teorico di reddito disponibile.

4. Ponderazione

Nella fase di aggregazione è possibile definire una ponderazione esplicita, in aggiunta alla ponderazione implicita introdotta durante la normalizzazione.

Lo scopo della ponderazione esplicita è che ciascun peso dovrebbe riflettere l'importanza relativa (rilevanza, significatività o affidabilità) del corrispondente indicatore elementare. I pesi espliciti assegnati agli indicatori elementari influenzano pesantemente i valori dell'indice sintetico. Pertanto, i pesi dovrebbero essere definiti sulla base di un framework teorico ben definito.

Le tecniche più usate per ponderare esplicitamente gli indicatori elementari sono le seguenti: a) nessuna ponderazione o assegnazione di pesi "uguali", b) ponderazione soggettiva o degli esperti e c) ponderazione mediante Analisi in Componenti Principali ("ACP").

a) Se non viene definito alcun peso esplicito, oltre alla ponderazione implicita indotta dalla normalizzazione, gli indicatori elementari sono ponderati con pesi uguali. Ciò comporta che tutte le componenti dell'indice sintetico abbiano la stessa importanza, al lordo del peso implicito, e ciò potrebbe non essere corretto. Tuttavia, se non ci sono precise motivazioni teoriche o empiriche per scegliere pesi diversi, questa può essere una valida soluzione in vari contesti.

b) La ponderazione soggettiva (o degli esperti) è una ponderazione arbitraria effettuata dal ricercatore o da specialisti del fenomeno che definiscono il peso di ciascun indicatore elementare. I valori ottenuti sono poi sintetizzati mediante un'apposita funzione. Talvolta, i pesi sono definiti dai *policy makers* o mediante indagini campionarie in cui si chiede all'intervistato di valutare l'importanza dei diversi aspetti che compongono il fenomeno.

c) L'ACP può essere usata per definire i pesi degli indicatori elementari mediante i coefficienti ottenuti per la prima componente principale. Questa soluzione empirica è relativamente più oggettiva delle altre e ha il vantaggio di considerare l'insieme di pesi che 'spiegano' la maggior parte della varianza degli indicatori. Tuttavia, l'affidabilità dei pesi ottenuti dipende dalla varianza spiegata dalla prima componente e dalla struttura delle correlazioni tra gli indicatori elementari che non rimane costante nel tempo.

Considerando l'arbitrarietà dei vari criteri di ponderazione e poiché sistemi di pesi diversi producono risultati differenti, l'assenza di una ponderazione esplicita (nessuna ponderazione) dovrebbe essere la norma, mentre l'applicazione di pesi diversi dovrebbe essere un'eccezione motivata da basi teoriche (Booysen, 2002).

5. La soluzione Adjusted Mazziotta Pareto Index (AMPI)

Premesso che l'indice composito perfetto non esiste, per gli indicatori di contesto è stata adottata una soluzione che in letteratura presenta numerosi vantaggi.

Il *Mazziotta-Pareto Index* ("MPI") è un indice sintetico per l'aggregazione di un insieme di indicatori considerati non (completamente) sostituibili. L'indice si basa su una funzione non lineare che, partendo dalla media aritmetica degli indicatori normalizzati, introduce una penalità per le unità che presentano uno sbilanciamento dei valori degli indicatori elementari (Mazziotta e Pareto, 2016).

Esistono due versioni dell'indice: a) "MPI", e b) "MPI corretto" o "*Adjusted MPI*" ("AMPI"). La prima versione dell'indice è la soluzione migliore per un'analisi "statica" (per esempio, l'analisi di un singolo anno), mentre la seconda è la soluzione migliore per un'analisi 'dinamica' (per esempio, l'analisi di serie temporali).

L'indice MPI si basa sulla seguente normalizzazione:

$$z_{ij} = 100 + 10 y_{ij}$$

dove y_{ij} è dato dalla formula (2). Indicando con M_{z_i} e S_{z_i}, rispettivamente, la media e la deviazione standard dei valori normalizzati dell'unità *i* e con $\mathrm{cv}_{z_i} = \mathrm{S}_{z_i} / \mathrm{M}_{z_i}$ il corrispondente coefficiente di variazione, l'indice sintetico è definito nel seguente modo:

$$\mathrm{MPI}_i^{+/-} = \mathrm{M}_{z_i} \pm \mathrm{S}_{z_i} \mathrm{cv}_{z_i}$$

dove il segno ± dipende dal tipo di fenomeno da misurare. Per applicare una penalizzazione verso il basso, si deve utilizzare l'indice MPI^-; per applicare una penalizzazione verso l'alto, si deve utilizzare l'indice MPI^+.

Pertanto, l'indice MPI decompone il punteggio di ciascuna unità in due parti: livello medio M_{z_i} e penalità $\mathrm{S}_{z_i} \mathrm{cv}_{z_i}$. La penalità è una funzione della variabilità degli indicatori rispetto al valor medio dell'unità ("variabilità orizzontale") ed è usata per penalizzare l'unità in caso di squilibrio. Lo scopo è quello di premiare le unità che, a parità di media, hanno un maggior bilanciamento dei valori degli indicatori elementari.

L'indice AMPI normalizza gli indicatori nel seguente modo:

$$r_{ij} = y_{ij} 60 + 70$$

dove y_{ij} è dato dalla formula (3). Per facilitare l'interpretazione dei risultati, i *goalpost* sono scelti in modo che 100 rappresenti un valore di riferimento o "*benchmark*" (per esempio, il valore medio di un dato anno). Siano Inf_{x_j} e Sup_{x_j}, rispettivamente, il minimo e il massimo dell'indicatore *j* in tutti i periodi di tempo considerati, e Rif_{x_j} il valore di riferimento per l'indicatore *j*; allora i *goalpost* sono definiti come: $\mathrm{Rif}_{x_j} \pm \Delta$, dove $\Delta = (\mathrm{Sup}_{x_j} - \mathrm{Inf}_{x_j}) / 2$[4].

[4] Si noti che l'insieme dei "benchmark" costituisce il "modello di equilibrio" (bilanciamento) degli indicatori; quindi, il periodo di riferimento dovrebbe essere un periodo "stabile".

Indicando con M_{r_i} e S_{r_i}, rispettivamente, la media e la deviazione standard dei valori normalizzati dell'unità *i* e con $cv_{r_i} = S_{r_i} / M_{r_i}$ il corrispondente coefficiente di variazione, l'indice sintetico è definito nel seguente modo:

$$AMPI_i^{+/-} = M_{r_i} \pm S_{r_i} cv_{r_i}$$

dove il segno ± dipende dal tipo di fenomeno da misurare. Per applicare una penalizzazione verso il basso, si deve utilizzare l'indice $AMPI^-$; per applicare una penalizzazione verso l'alto, si deve utilizzare l'indice $AMPI^+$.

La principale differenza tra MPI e AMPI risiede nel metodo di normalizzazione. L'indice MPI si basa su una standardizzazione degli indicatori elementari che viene ripetuta, indipendentemente, in ogni periodo di tempo considerato; in quanto tale non consente di valutare variazioni "assolute" nei valori delle unità nel tempo. L'indice AMPI si basa sul metodo Min-Max e consente di misurare le variazioni "assolute" nei valori delle unità rispetto a dei *goalpost* prefissati che rimangono costanti nel tempo.

Inoltre, l'AMPI permette di calcolare il punteggio di ciascuna unità indipendentemente dalle altre, mentre l'MPI richiede la conoscenza della media e della deviazione standard degli indicatori elementari[5].

[5] Per un confronto dettagliato tra le due versioni, si veda Mazziotta e Pareto (2020).

6. Considerazioni conclusive

La misurazione di fenomeni socioeconomici come il benessere o la corruzione è diventata, soprattutto per gli uffici statistici e autorità governative, un tema centrale nell'ottica del superamento dell'indicatore elementare unico. La natura multidimensionale di questi fenomeni richiede la definizione di obiettivi intermedi il cui raggiungimento può essere osservato e misurato dai singoli indicatori.

La combinazione matematica di un insieme di indicatori che rappresentano le diverse dimensioni di un fenomeno da misurare è definita indicatore o indice "composito". Come è noto, costruire un indice composito è un compito delicato e pieno di insidie. Le sue fasi comportano diverse alternative e possibilità che influiscono sulla qualità e l'affidabilità dei risultati. A tal riguardo, i problemi principali riguardano la scelta di un quadro teorico, la disponibilità dei dati (nello spazio e nel tempo), la selezione degli indicatori più rappresentativi e il loro trattamento per confrontarli e aggregarli. Questi problemi sono molto più difficili da risolvere.

Non esiste un metodo universale per la costruzione di indici compositi. In ogni caso la loro costruzione è determinata dall'applicazione di modelli matematici e dalla conoscenza profonda del fenomeno oggetto di studio. Ciononostante, i vantaggi degli indici compositi sono evidenti e possono essere riassunti nella misurazione unidimensionale del fenomeno, nella facile interpretazione rispetto ad una batteria di indicatori elementari e nella semplificazione dell'analisi dei dati. Il miglior indice composito è quello che rispetta gli obiettivi richiesti dal ricercatore.

Nel caso della misurazione della corruzione, gli indici compositi devono rispettare alcuni vincoli che sono condizioni essenziali per la diffusione di una misura che sia comprensibile ad un pubblico non avvezzo ai tecnicismi: confronti spazio-temporali, non sostituibilità (o parziale sostituibilità) degli indicatori elementari, semplicità di calcolo, trasparenza, utilizzo immediato e facile interpretazione dei risultati, robustezza del metodo.

L'AMPI – adottato peraltro dall'Istat per la misurazione dei domini del Benessere nelle regioni italiane - sembra soddisfare tutti i vincoli sopra elencati. La decisione di pesare allo stesso modo sia gli indicatori di contesto all'interno dei quattro domini sia i quattro indici compositi di dominio che sono successivamente utilizzati per calcolare il composito dei compositi è giustificata dall'arbitrarietà che si introdurrebbe se si ricorresse ad un approccio oggettivo (tecniche statistiche) oppure soggettivo (panel di esperti) di assegnazione dei pesi. Pesare allo stesso modo è comunque una scelta "non neutra" poiché si decide di mettere sullo stesso piano di importanza sia gli indicatori elementari che gli indici compositi di dominio. Ciò nonostante si è cercato di ovviare a tale problema, da un lato, selezionando indicatori elementari di pari rilevanza teorica e, dall'altro, di applicare, attraverso l'AMPI, un metodo di normalizzazione che portasse tutti gli indicatori più o meno allo stesso livello di variabilità (evitando di associare pesi diversi dovuti alla variabilità implicita): in tal modo si consente una più equa "considerazione" di ogni singolo indicatore elementare senza che uno sia più importante di un altro.

Come descritto in precedenza, l'AMPI consente di fare confronti in serie storica fissando un termine di riferimento nello spazio e nel tempo (per esempio l'Italia al 2014). Una volta che si hanno disponibili gli aggiornamenti degli indicatori elementari è possibile semplicemente aggiungere il nuovo anno e calcolare gli aggiornamenti senza modificare minimamente i calcoli dei compositi già effettuati in precedenza.

Diverso è il caso in cui gli aggiornamenti degli indicatori elementari non siano tutti disponibili in contemporanea, e pertanto non sia possibile calcolare un nuovo completo aggiornamento del composito. In questo caso sembra sconsigliabile calcolare un composito temporaneo (ossia una misura sintetica degli indicatori disponibili fino a quell'istante temporale) poiché sarebbe una misurazione incompleta e, pertanto, fuorviante per il lettore non avvezzo (ma anche per gli addetti ai lavori). Sembra maggiormente percorribile la strada di aggiornare gli indicatori elementari volta per volta (con tanto di statistiche descrittive sul portale) e, appena la matrice è completa, procedere al calcolo dell'indice composito di dominio e poi al composito dei compositi. Qualsiasi altra soluzione che possa avere un taglio inferenziale sembra poco consigliabile poiché introduce una componente di errore non propria di queste metodologie di sintesi già affette da errori campionari e non campionari derivati dagli indicatori elementari.

7. Bibliografia

- BOOYSEN F. 2002. An overview and evaluation of composite indices of development, *Social Indicators Research*, Vol. 59, pp. 115-151.
- ISTAT 2015. Il rapporto del Benessere Equo e Sostenibile in Italia.
- MAZZIOTTA M., PARETO A. 2016. On a Generalized Non-compensatory Composite Index for Measuring Socio-economic Phenomena, *Social Indicators Research*, Vol. 127, pp. 983-1003.
- MAZZIOTTA M., PARETO A. (a cura di) 2020. *Gli indici sintetici*. Torino: Giappichelli.
- MAZZIOTTA M., PARETO A. 2024. *Statistica per gli indici compositi.* Torino: Giappichelli.
- MICHALOS, A.C., SMALE, B., LABONTÉ, R., MUHARJARINE, N., SCOTT, K., MOORE, K., SWYSTUN, L., HOLDEN, B., BERNARDIN, H., DUNNING, B., GRAHAM, P., GUHN, M., GADERMANN, A.M., ZUMBO, B.D., MORGAN, A., BROOKER, A.-S., HYMAN, I. 2011. *The Canadian Index of Wellbeing. Technical Report 1.0*. Canadian Index of Wellbeing and University of Waterloo, Waterloo.
- OECD 2008. *Handbook on Constructing Composite Indicators. Methodology and user guide*. Paris: OECD Publications.
- TARTANTOLA, S. 2008. *European Innovation Scoreboard: strategies to measure country progress over time*. Luxembourg: Office for Official Publications of the European Communities.
- UNDP (1990). *Human Development Report 1990: Concept and Measurement of Human Development*. Oxford: Oxford University Press.
- UNDP (2010). *Human Development Report 2010*. New York: Palgrave Macmillan.